EX20 :

$r : M(x,y) \mapsto M'(x',y')$

tq : $\begin{cases} x' = 1-y \\ y' = x \end{cases}$

1) montrons que r est une isométrie

$M_1(x_1,y_1)$ $r(M_1)= M'_1(x_1',y_1')$

$M_2(x_2,y_2)$ $r(M_2')= M'_2(x_2',y_2')$

$$M_1'M_2' = \sqrt{(x_2'-x_1')^2+(y_2'-y_1')^2} = \sqrt{(1-y_2-1+y_1)^2+(x_2-x_1)^2} = \sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2} = M_1M_2$$

D'où r est une isométrie

* déterminons l'ensemble des points invariants par r

$$r(M)=M \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-y \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ x = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$ d'où r laisse le point $I(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ comme unique point invariant. $\Rightarrow$ r est une rotation de centre I

$r : M(z) \mapsto M'(z')$

tq :z'=x'+iy'=1-y+ix=i(x+iy)+1

$$\Leftrightarrow z'=iz+1 \Leftrightarrow z'-(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i)=i\left[z-(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i)\right] \Leftrightarrow z'-z_I = e^{i\frac{\pi}{2}}(z-z_I) \Leftrightarrow \frac{z'-z_I}{z-z_I} = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left|\frac{z'-z_I}{z-z_I}\right| = 1 \\ Ag(\frac{z'-z_I}{z-z_I}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IM' = IM \\ (\overrightarrow{IM},\overrightarrow{IM'}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi) \end{cases} \quad pour \quad M \neq I$$

d'où r=R(I,$\frac{\pi}{2}$)

$f : M(x,y) \mapsto M'(x',y')$

2) $S_{(O,j)} : M(x,y) \mapsto M'(-x,y)$ D'où : tq : $\begin{cases} x'=1-y \\ y'=-x \end{cases}$

$$f(M)=M \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-y \\ y = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ x+y = 0 \end{cases}$$ impossible

$f = r \circ S_{(O,j)}$ est un antidéplacement qui n'a pas de points invariants

D'où f est une symétrie glissante soit $\vec{u}$ son vecteur et Δ son axe

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn